

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН**

**Некоммерческое акционерное общество «Казахский национальный исследовательский
технический университет имени К.И.Сатпаева»**

Институт энергетики и машиностроения им. А. Бурткитбаева

Кафедра стандартизация, сертификации и метрологии

Ермек Бақберген Қайратұлы

**«Оценка неопределенности при калибровке термометров: анализ методов GUM и
Монте-Карло на примере ТБП 63»**

ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

6B07501- Индустриальная инженерия

Алматы 2025 год

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Некоммерческое акционерное общество «Казахский национальный исследовательский
технический университет имени К.И.Сатпаева»

Институт энергетики и машиностроения им. А. Бурткитбаева

Кафедра стандартизация, сертификации и метрологии

ДОПУЩЕН К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
стандартизация, сертификация и
метрология

Доктор тех. наук, к.т.н.
Ережел Д.Е.
подпись
« 03 » и машиностроения 20 25 г.

ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

На тему: «Оценка неопределенности при калибровке термометров: анализ методов GUM и
Монте-Карло на примере ТБП 63»

6B07501- Индустриальная инженерия

Выполнил

Ермек Б.Қ.

Рецензент

Главный научный сотрудник НИИЭТФ
НАО "Казахский национальный
университет имени Аль-Фараби",
PhD

Научный руководитель
ассоц.проф., PhD,


подпись Коршиков Е.С.


подпись Шинбаева А.К

« 4 » 06 20 25 г.

« 04 » 06 20 25 г.

Алматы 2025

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Некоммерческое акционерное общество «Казахский национальный исследовательский
технический университет имени К.И.Сатпаева

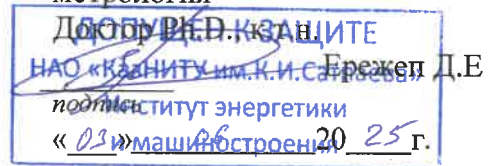
Институт энергетики и машиностроения им. А. Бурткитбаева

Кафедра стандартизация, сертификации и метрологии

6B07501- Индустриальная инженерия

ДОПУЩЕН К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
стандартизация, сертификация и
метрология



ЗАДАНИЕ

на выполнение дипломной работы

Обучающемуся _____ Ермек Бакберген Кайратұлы _____

Тема: «Оценка неопределенности при калибровке термометров: анализ методов GUM и Монте-Карло на примере ТБП 63»

Утверждена приказом № 26-П/О

от «29» 01 2025г.

Срок сдачи законченной работы «30 » 05 2025г.

Исходные данные к дипломной работе: МК-ПКЛ-10-14-2024. Термометры
биметаллические, манометрические. Методика калибровки

Краткое содержание дипломной работы:

1. Оценка неопределенности измерений

2. Применение метода Монте-Карло

3. Оценивание неопределенности по методу Монте-Карло

Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей):
представлены 19 слайдов презентации работы

Рекомендуемая основная литература: из 35 наименований

ГРАФИК
подготовки дипломной работы (проекта)

Наименование разделов, перечень разрабатываемых вопросов	Сроки представления научному руководителю	Примечание
Оценка неопределенности измерений	27.01 - 31.01	
Метод Монте-Карло	24.02 - 28.02	
Расчет неопределенности по GUM и МК	17.03 - 19.03	
Сравнение полученных результатов	21.04 - 25.04	

Подписи

консультантов и норм контролера на законченную дипломную работу (проект) с указанием относящихся к ним разделов работы (проекта)

Наименования разделов	Консультанты, И.О.Ф. (уч. степень, звание)	Дата подписания	Подпись
Руководитель основной части	Шинбаева А.К., ассоц.проф., PhD	30.05.25	
Нормоконтролер	Жаркимбаева Г.Б., ст. преподаватель, кафедра ССиМ	30.05.25	

Научный руководитель


подпись

Шинбаева А.К.
Ф.И.О.

Задание принял к исполнению обучающийся


подпись

Жаркимбаева Г.Б.
Ф.И.О.

Дата

« 30 » 05 2025 г

АНДАТПА

Бұл жұмыста өлшеу белгісіздігін бағалаудың GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) және Монте-Карло әдістерінің салыстырмалы талдауы 0-ден 120 °C-қа дейінгі өлшеу диапазоны және дәлдік сыныбы 2.5 бар ТБП 63-1 биметалл термометрін калибрлеу мысалында ұсынылған. Зерттеу белгісіздіктің негізгі факторларын, соның ішінде стохастикалық және жүйелік қателіктерді анықтауға және сандық талдауға бағытталған. GUM әдісін қолдану көптеген процедураларды орындау үшін жоғары математикалық білімді талап етеді, ал Монте-Карло әдісі әртүрлі зертханалық зерттеулерге балама бола алады.

Өлшенген температураны сипаттау үшін математикалық модель енгізілді, ол $E_x = V_c + \Delta V_c + \delta V_c$ түрінде ұсынылған, мұнда әрбір компонент жалпы белгісіздікке өз үлесін қосады: V_c – термометр көрсеткіштері, ΔV_c – калибратордың түзетуі, ал δV_c – бөліну бағасының жартысы. Өлшеулердің жалпы стандартты белгісіздігі қамту коэффициенті $k=2$ және сенімділік деңгейі 0.95 болатын кеңейтілген белгісіздікті алу үшін біріктірілген.

Монте-Карло әдісін қолдана отырып, статистикалық маңыздылыққа қол жеткізу үшін 1,000,000 симуляция жасалды. Талдау нәтижелері барлық есептелген белгісіздіктерді ескеретін соңғы түзетілген температура мәні ретінде ұсынылды.

Зерттеудің негізгі мақсаты – бұл өлшеу жабдығы үшін қай әдістің тиімдірек екенін анықтау және функционалдық тәуелділіктерге негізделген белгісіздіктерді бағалау үшін Microsoft Excel (немесе ұқсас кестелік бағдарламалық қамтамасыз етуді) пайдаланудың қарапайымдылығын көрсету.

АННОТАЦИЯ

В данной работе представлен сравнительный анализ методов оценки неопределенности GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) и Монте-Карло на примере калибровки биметаллического термометра ТБП 63-1 с диапазоном измерения от 0 до 120 °С и классом точности 2.5. Исследование направлено на идентификацию и на количественный анализ ключевых факторов неопределенности, включая как стохастические, так и систематические компоненты ошибок. Моделирование по методу GUM требует высокого уровня математических знаний для выполнения многих процедур, тогда как метод Монте-Карло может служить альтернативой для различных лабораторных исследований.

Математическая модель вводится для описания измеренной температуры, представленной как $E_x = V_c + \Delta V_c + \delta$, где каждый компонент отражает соответствующий вклад в общую неопределенность: V_c – показания термометра, ΔV_c – поправка калибратора и δV_c – половина цены деления. Суммарная стандартная неопределенность измерений интегрирована для получения расширенной неопределенности с коэффициентом охвата $k = 2$ и доверительной вероятностью 0,95. В рамках метода Монте-Карло было сгенерировано 1,000,000 симуляций для достижения статистической значимости. Результаты анализа представлены в виде окончательного значения температуры, скорректированного с учетом всех вычисленных неопределенностей.

Основная цель исследования — определить, какой из методов наиболее эффективен для данного типа измерительного прибора и продемонстрировать простоту использования Microsoft Excel (или аналогичного программного обеспечения для работы с таблицами) для оценки неопределенности измерений, основанных на функциональной зависимости.

ANNOTATION

In this thesis, a comparative analysis of uncertainty evaluation methods, GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) and Monte Carlo, using the calibration of a bimetallic thermometer TBP 63-1 with a measurement range of 0 to 120 °C and an accuracy class of 2.5. The study focuses on the identification and quantitative analysis of key uncertainty factors, including both stochastic and systematic error components. GUM modeling requires a high level of mathematical expertise to perform many procedures, while the Monte Carlo method serves as an alternative for various laboratory studies.

A mathematical model is introduced to describe the measured temperature, represented as $E_x = V_c + \Delta V_c + \delta V_c$, where each component reflects its respective contribution to overall uncertainty: V_c is the thermometer reading, ΔV_c is the calibrator correction, and δV_c is half the scale division. The combined standard uncertainty is integrated to obtain the expanded uncertainty with a coverage factor $k=2$ and a confidence level of 0.95. Using the Monte Carlo method, 1,000,000 simulations were generated to ensure statistical significance.

The analysis results are presented as the final corrected temperature value, accounting for all calculated uncertainties. The primary goal of the study is to determine which method is more effective for this type of measuring device and to demonstrate the simplicity of using Microsoft Excel (or similar spreadsheet software) for evaluating measurement uncertainties based on functional dependence.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	10
1 Теоретические основы неопределенности	11
1.1 Подход к оценке неопределенности измерений	11
1.2 Построение модели для оценки и выражения неопределенности	13
1.3 Расчет стандартной неопределенности	13
1.4 Оценка суммарной стандартной неопределенности	14
1.5 Расчет расширенной неопределенности	14
2 Метод Монте-Карло в измерительной практике	16
2.1 Алгоритм реализации метода Монте-Карло	16
2.2 Анализ входных параметров	17
2.3 Анализ выходных параметров	18
2.4 Интервал охвата для выходной величины	18
2.5 Время вычислений	19
2.6 Модифицированная реализация метода Монте-Карло	19
3 Этапы оценки неопределенности измерений	20
3.0 Практическая часть расчета неопределенности	20
3.1 Этап 1. Составление математической модели	20
3.2 Этап 2. Определение источников неопределенности	20
3.3 Этап 3. Оценка входных величин и их неопределенности	20
3.4 Этап 4. Корреляция выходных величин	23
3.5 Этап 5. Составление бюджета неопределенности	23
3.6 Этап 6. Расчет суммарной неопределенности	25
3.7 Этап 7. Расширенная неопределенность	26
3.8 Этап 8. Представление конечного результата	27
4 Расчет неопределенности измерения по методу Монте-Карло	28
4.1 Практическая реализация по методу Монте-Карло	28
Заключение	36
Список использованной литературы	38
Приложение А	39
Приложение Б	40
Приложение В	41
Приложение Г	42

ВВЕДЕНИЕ

В условиях научного прогресса точность измерений имеет особую значимость. Достижение этих характеристик невозможно без комплексного подхода к оценке неопределенности измерений. Настоящее исследование направлено на сопоставление двух широко используемых методик оценки неопределенности: аналитического подхода, изложенного в международном руководстве GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement), и численного метода Монте-Карло, базирующегося на статистическом моделировании. Оба метода находят применение в различных измерительных задачах, однако различаются по своей природе, допущениям и сфере оптимального применения.

Метод GUM представляет собой структурированную последовательность расчетов с опорой на математическую модель измерительного процесса и предполагает использование либо статистических данных, либо экспертной информации для получения стандартной и расширенной неопределенности. В то же время метод Монте-Карло позволяет моделировать поведение измерительной системы при варьирующихся входных данных, что особенно ценно при наличии нелинейностей, сложных зависимостей и при работе с большими объемами информации.

Цель данной работы — определить, какие из указанных подходов более эффективны и точны в различных измерительных условиях, а также обозначить границы их применимости. Проведенное сравнение направлено на формирование рекомендаций по выбору метода в зависимости от характеристик измерительной задачи, что может быть полезным для инженеров, метрологов и научных исследователей.

1 Теоретические основы неопределенности

1.1 Подход к оценке неопределенности измерений

На протяжении последних тридцати лет термин «неопределенность измерений» занял ключевую позицию в системе современной метрологии, полностью переосмыслив традиционные подходы к оценке точности результатов. Появление этого понятия стало следствием стремления устранить расхождения в международных метрологических практиках, что в итоге привело к созданию документа «Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement» (GUM), выпущенного в 1993 году [3]. С момента публикации GUM был признан мировым стандартом в области оценки неопределенности и стал основным ориентиром при формировании методик и регламентов в данной сфере.

В отличие от классического понятия «погрешности», которое допускало приближение к истинному значению, концепция GUM исходит из невозможности его точного определения. Вместо этого вводится термин «неопределенность», описывающий уровень доверия к измеренному результату [4]. В более широком смысле — это мера сомнения, а в статистическом — параметр, определяющий разброс возможных значений вокруг результата измерений.

Существенное внимание в GUM уделяется определению двух ключевых видов неопределённости — стандартной и расширенной. В рамках методологии предусмотрены два способа её расчёта: тип А — основанный на статистическом анализе серийных наблюдений, и тип В — предполагающий использование априорной информации, полученной из других источников, таких как калибровочные свидетельства, техническая документация и экспертные заключения.

Разграничение этих двух типов неопределённости способствует более ясному пониманию различных подходов к их оценке [5]. Однако важно понимать, что такое разделение носит методический, а не принципиальный характер: оба подхода опираются на общую вероятностную основу и используют дисперсию и стандартное отклонение в качестве универсальных числовых характеристик.

Оценка неопределенности по типу А производится при наличии серии однотипных измерений, выполненных в стабильных условиях. Такая процедура позволяет выявить уровень разброса и вычислить выборочную дисперсию — традиционный статистический показатель точности.

В свою очередь, метод оценки по типу В применяется в случаях, когда непосредственные повторные измерения недоступны или нецелесообразны. Он основывается на ранее полученных сведениях, справочной информации или экспертных мнениях. В этом случае стандартное отклонение, выведенное на основе таких данных, принимается за стандартную неопределённость типа В [6].

Несмотря на различие подходов и источников информации, оба типа оценивания имеют общую цель — количественное выражение степени

неопределенности, обеспечивая основу для дальнейшего анализа и интерпретации результатов измерений. U_c

Для интегральной оценки используется суммарная стандартная неопределённость U_c , отражающая совокупный вклад всех входных параметров. Она рассчитывается как положительный квадратный корень из суммы дисперсий, с учётом ковариаций при наличии коррелированных величин [7].

Следующим этапом в оценке точности измерений является определение расширенной неопределённости, обозначаемой. Этот показатель дополняет суммарную стандартную неопределённость U_c , позволяя сформировать доверительный интервал, в который с высокой степенью вероятности попадает истинное значение измеряемой величины. Расчёт расширенной неопределенности осуществляется путём умножения U_c на коэффициент охвата k , значение которого выбирается в зависимости от требуемого уровня доверия и находится в диапазоне от 2 до 3 [8].

Использование расширенной неопределённости позволяет не только количественно выразить надёжность полученного результата, но и визуализировать границы допустимого отклонения. Такой подход особенно важен в тех случаях, когда необходимо обеспечить высокую достоверность и воспроизводимость измерений. Таким образом, U служит инструментом, обеспечивающим более полное понимание характеристик результата и степени его приближённости к истинному значению [9]. На рисунке 1 представлена схематическая иллюстрация принципа оценки неопределенности измерений согласно методологии GUM.



Рисунок 1 - Последовательность вычисления неопределенности

1.2 Построение модели для оценки и выражения неопределенности

В ряде случаев измеряемую величину Y не измеряют непосредственно, а определяют через (с учетом) N других случайных величин ($X_1, X_2, \dots, X_N$) посредством функциональной зависимости

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1)$$

где $f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$ – входные значения;

Y – выходная величина.

В свою очередь, входные величины X_N могут зависеть от других величин, включая поправки и поправочные коэффициенты на систематические эффекты, что ведет к сложной функциональной зависимости

$$X_1 = f(A_1, A_2, \dots, A_N) \quad (2)$$

Выходная величина Y , обозначаемая y , получают из формулы (1), подставляя в нее оценки $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$, для входных величин, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$. Таким образом, выходная оценка y имеет вид

$$y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (3)$$

В некоторых случаях значение величины y определяется как среднее арифметическое результатов n независимых измерений, согласно следующей формуле

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik} \quad (4)$$

1.3 Расчет стандартной неопределенности

Оценивание стандартной неопределённости типа А входного измерения используются данные, полученные в результате её многократных измерений x_i [10]. В этом случае стандартная неопределённость данной величины определяется по следующей формуле

$$u(x_i) = u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)^2} \quad (5)$$

где $\bar{x}_i$ - среднее арифметическое результатов измерений входной величины;
 n - число измерений входной величины x_i .

Входная величина по типу В, вычисляют по формуле

$$u_B = \frac{a-b}{2\sqrt{3}} \quad (6)$$

где a и b – нижняя и верхняя граница неопределенности для входного параметра x_i .

Важно подчеркнуть, что параметры a и b могут быть определены на основе различных источников информации, включая данные, полученные в ходе ранних экспериментов, а также теоретические расчёты и практические наблюдения, опирающиеся на свойства используемых измерительных систем [11]. К подобным источникам относят измерительное оборудование, испытательные установки и эталонные образцы. Кроме того, существенные сведения могут содержаться в сопутствующей технической документации, такой как акты поверки, сертификаты о калибровке, протоколы по аттестации оборудования, эксплуатационные паспорта на эталоны и другие регламентирующие документы.

1.4 Оценка суммарной стандартной неопределенности

Расчет суммарной стандартной неопределенности осуществляется по формуле, называемой законом распространения неопределенности. При отсутствии взаимосвязи, а именно корреляции между входными величинами стандартная неопределённость выходной величины определяется как квадратный корень из суммы квадратов стандартных неопределённостей всех входных параметров.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2(y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i^2 u^2(x_i)} \quad (7)$$

В случае наличия взаимосвязи между входными данными, в выражение под знаком корня дополнительно включаются слагаемые, представляющие собой удвоенные произведения стандартных неопределённостей соответствующих величин, умноженные на коэффициенты корреляции между ними.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2(y) + 2r_{ab}u_a(y)u_b(y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i^2 u^2(x_i) + 2r_{ab}c_a c_b u_a(y)u_b(y)} \quad (8)$$

1.5 Расчет расширенной неопределённости

Расширенная неопределённость представляет собой величину, с помощью которой устанавливается диапазон значений, охватывающий результат

измерения. [13]. Этот интервал содержит большую часть распределения значений, которые можно с достаточным основанием приписать измеряемой величине, согласно ГОСТ 34100.3-2017/ISO/IEC Guide 98-3:2008.

Расчитывается расширенная неопределенность измерений U по формуле

$$U(y) = k \cdot u_c(y) \quad (9)$$

где k -коэффициент охвата.

Таблица 1 – Коэффициента охвата k_p , представляет собой числовое значение, определяющее границы интервала, соответствующего заданному уровню доверия p , при условии, что данные подчиняются нормальному распределению.

Уровень доверия p , %	Коэффициент охвата, k_p
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3

На практике часто используют значение $k = 2$ для интервала, имеющего уровень доверия 95 % и $k = 3$ для интервала с уровнем доверия 99 % [14].

Полный результат измерения включает в себя как численное значение выходной величины, так и соответствующую ей расширенную неопределённость, сопровождаемую указанием уровня доверия, с которым данный интервал охватывает истинное значение.

$$Y = y \pm U, M = 0,95 \quad (10)$$

2 Метод Монте-Карло в измерительной практике

2.1 Алгоритм реализации метода Монте-Карло

Метод Монте-Карло (ММК) применяется для преобразования распределений входных величин в распределение результата путем многократного моделирования случайных выборок. Входные значения $X_1, X_2, \dots, X_m$ задаются в виде массива случайных чисел, соответствующих заданному закону распределения, среднего значения и стандартной неопределённости. Путем обработки массивов входных значений получается массив выходных значений Y . Далее рассчитывают расширенную, суммарную неопределенность, и коэффициента охвата [15].

Этот метод конечно же может быть применен к любым моделям с единственным выходным параметром, где входные данные описываются произвольными функциями вероятностного распределения.

Так как ММК состоит из большого числа испытаний, то его часто называют методом статистических испытаний.

Ссылаясь на ГОСТ 34100.3-1, метод Монте-Карло используется в тех случаях, когда необходимо:

- различные составляющие неопределенности вносят неодинаковый вклад в общий результат, поскольку каждая из них имеет различную природу и степень влияния;
- распределение выходной величины не соответствует нормальному или масштабированному смещённому t-распределению;
- частные производные функции измерения, необходимые по закону преобразования неопределённостей, сложно вычислить;
- модель отличается высокой сложностью;
- вероятностные плотности входных величин имеют асимметричную форму.

Реализация данного метода Монте-Карло показана на рисунке 2.

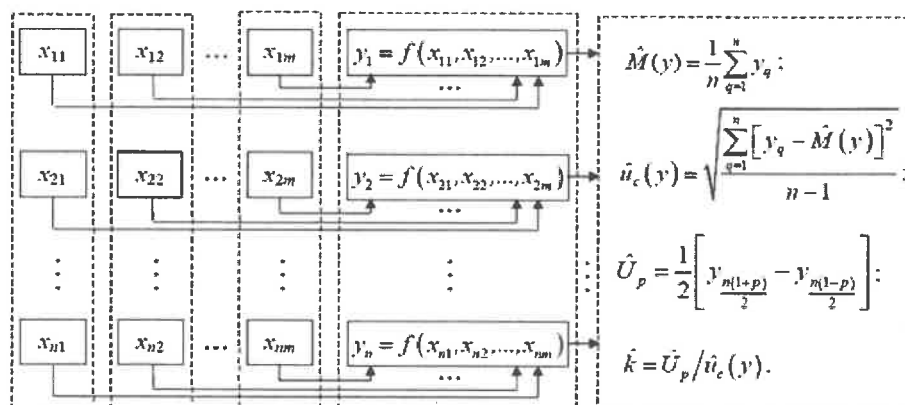


Рисунок 2 - Реализация ММК

2.2 Анализ входных параметров

Для оценки входной величины необходимо определить количество выполнений модели M . Это число должно быть достаточно большим (например, более чем в 10^4 раз больше значения $1 / (1 - p)$). При таком выборе можно рассчитывать, что функция распределения G предоставит приемлемое дискретное представление $G_Y(\eta)$ (функции распределения величины Y) в области границ 100 $p\%$ - ного интервала охвата для Y .

В рамках данного метода генерируется M векторов x_r ($r=1, \dots, M$) на основе заданных законов распределения вероятностей $g_{X_i}(\xi_i)$ для N входных параметров X_i или, при необходимости, из их совместной плотности $g_{X_i}(\xi_i)$. Затем модель вычисляется для каждого из M случайных наборов значений, полученных из функций плотности вероятности (ФПВ) входных параметров [16].

Точнее то, нужно обозначить M выборок как $x_1, \dots, x_M$, где r -е значение x_r каждая выборка состоит из случайных значений $x_{1,r}, \dots, x_{N,r}$, а каждое $x_{i,r}$ — представляет собой случайную величину, взятую из функции плотности вероятности (ФПВ) для X_i .

Функцию распределения $G_Y(\eta)$ для выходной величины Y можно представить в дискретном виде следующим образом:

а) требуется упорядочить значения модели y_r , $r = 1, \dots, M$, полученные методом Монте-Карло, в порядке неубывания и обозначить их как $y(r)$, где $r = 1, \dots, M$;

б) при наличии повторяющихся значений в модели $y(r)$ следует внести небольшие добавления, чтобы преобразовать их в уникальные значения, обеспечивая формирование строго возрастающей последовательности y_r , $r = 1, \dots, M$;

в) результат данной последовательности $y(r)$, $r = 1, \dots, M$ определяет G .

Когда выходная величина Y применяется в качестве входной при расчёте неопределенности другого измерения, то её выборка может быть сформирована посредством случайного равновероятного выбора из таких значений $y(r)$, $r = 1, \dots, M$ [17].

В случае, когда величина Y становится входным параметром для оценки неопределенности другого измерения, её распределение можно аппроксимировать, осуществляя равновероятную случайную выборку значений из упорядоченного набора $y(r)$, где $r = 1, \dots, M$.

Последовательность $y(r)$ может представлена в виде гистограммы, где выбор подходящей ширины интервалов определяет её детализацию. Если гистограмма нормирована таким образом, что её площадь равна единице, она приближает функцию плотности вероятности $g_Y(\eta)$ для величины Y . Однако вычисление статистических характеристик распределения чаще проводится непосредственно на основе функции распределения G , а не по гистограмме, так как её разрешающая способность зависит от ширины интервалов. Тем не менее, гистограмма остаётся полезным инструментом для визуального анализа распределения, включая оценку его формы и степени асимметрии.

2.3 Анализ выходных параметров

Стандартная неопределённость величины Y определяется на основе выборочного стандартного отклонения, рассчитанного по результатам повторных измерений.

$$\tilde{y} = \frac{1}{M} \sum_{r=1}^M y_r \quad (11)$$

Для оценки ее стандартной неопределенности $u(y)$ – выборочное стандартное отклонение $u(\tilde{y})$ рассчитывается

$$u^2(\tilde{y}) = \frac{1}{M-1} \sum_{r=1}^M (y_r - \tilde{y})^2 \quad (12)$$

В ситуациях, когда одной из входных переменных соответствует t -распределение с числом степеней свободы менее трёх, функция плотности вероятности $g_Y(\eta)$ для выходной величины Y может не обладать математическим ожиданием и стандартным отклонением. В таких случаях применение формул (11) и (12) не приводит к осмысленным результатам. Однако, поскольку функция распределения G в большинстве подобных случаев остаётся определённой, возможно построение интервала охвата для Y .

2.4 Интервал охвата для выходной величины

Если принимается $q = pM$, то pM должно быть целым числом; в противном случае q можно определить как целую часть $(pM+1/2)$. В этом случае отрезок $[y_{\text{low}}, y_{\text{high}}]$ образует $100p\%$ интервал охвата для величины Y , где для любого r из диапазона $r = 1, \dots, (M-q)$ границы интервала определяются как $y_{\text{low}} = y_{(r)}$ и $y_{\text{high}} = y_{(r+q)}$. Вероятностно симметричный $100p\%$ интервал охвата можно получить, взяв $r = (M-q)/2$, если $(M-q)/2$ — целое число, $r = \text{int}[(M-q+1)/2]$ - в противном случае [18].

Нахождения наименьшего $100p\%$ интервала охвата определяется r^* , удовлетворяющий условию:

$$y(r^*+q) - y(r^*) \leq y(r+q) - y(r)$$

для $r = 1, \dots, M-q$. Это условие гарантирует минимальную длину интервала, содержащего $100p\%$ вероятностной массы распределения.

Поскольку численные результаты, полученные методом Монте-Карло, имеют стохастическую природу, часть из $(M-q)$ охватывающих интервалов может оказаться меньше среднего значения, а часть — больше. Это связано с многократным применением метода. Таким образом, при выборе наименьшего $100p\%$ -ного охватывающего интервала следует учитывать, что его длина, как правило, будет меньше, чем у интервала, рассчитанного на основе функции плотности $G_Y(\eta)$. Тем не менее, при достаточно большом числе симуляций M это расхождение становится незначительным и может быть проигнорировано [19].

2.5 Время вычислений

Важно отметить, что основное время, затрачиваемое при применении метода Монте-Карло, приходится на выполнение трёх процедур:

- а) генерация M реализаций для каждой из входных переменных X в соответствии с заданной функцией плотности распределения (либо совместной плотностью вероятности для всех переменных X);
- б) вычисление соответствующих M выходных значений модели на основе полученных входных данных;
- в) сортировка полученных результатов в возрастающем порядке.

При наличии простой математической модели и очень большого количества реализаций (например, 10^7 или 10^9), процесс сортировки результатов может потребовать больше времени, чем само вычисление выходных значений модели [20]. В таких ситуациях более рациональным решением может быть использование гистограммы, построенной на основе ряда значений y_i , вместо обращения к экспериментальной функции распределения.

2.6 Модифицированная реализация метода Монте-Карло

Данный метод основан на постепенном увеличении числа измерений до тех пор, пока статистические оценки не перестанут изменяться. Результат считается устойчивым, если удвоенное стандартное отклонение оказывается меньше заданной допустимой погрешности при расчёте стандартной неопределённости $u(y)$

Обозначим n_{dig} как количество значащих десятичных знаков в числовом представлении величины z [21]. В этом случае предел погрешности вычислений δ определяется следующим образом:

- а) представляют значение z в виде $c \cdot 10^l$, где c - это целое от n_{dig} десятичных знаков, а l - целое число;
- б) δ определяют по формуле [10]:

$$\delta = \frac{1}{2} 10^l \quad (13)$$

3 Практическая часть расчета неопределенности

3.0 Этапы расчета неопределенности

В исследовательской работе проводится анализ неопределенности измерений для биметаллического термометра ТБП 63, который является прибором для измерения температуры. Диапазон термометра от 0 до 120 °С и класс точности составляет 2,5.

Процесс расчёта неопределённости включает в себя ряд последовательных этапов: построение математической модели, идентификация всех возможных источников неопределённости, определение значений входных величин и соответствующих им неопределённостей, анализ наличия корреляций между величинами, формирование бюджета неопределённости, вычисление совокупной стандартной неопределённости, расчёт расширенной неопределённости, а также корректное представление окончательного результата измерений [22].

3.1 Этап 1. Составление математической модели

Математическая модель для расчета показаний биметаллического термометра ТБП 63 выражается уравнением

$$E_x = V_c + \Delta V_c + \delta V_c \quad (14)$$

где V_c – показания термометра, °С.

3.2 Этап 2. Определение источников неопределенности

На втором этапе оценки неопределённости основное внимание уделяется идентификации и анализу всех возможных источников неопределённости, способных оказывать влияние на итоговые результаты измерений.

Для термометра ТБП 63 источники неопределенности могут включать:

ΔV_s – поправка калибратора при заданной температуре, °С

δV_c – половина цены деления единицы младшего разряда дисплея, °С.

3.3 Этап 3. Оценка входных величин и их неопределенности

На третьем этапе проводится оценка входных величин и их неопределенности. В данном случае расчет стандартной неопределенности выполняется по типу А, что включает учет источников неопределенности, имеющих случайный характер. Для оценки неопределенности в условиях

повторяемости были проведены десять измерений температуры с использованием калибруемого прибора [23]. Полученные данные позволяют определить среднее значение измеряемой величины, а также рассчитать стандартное отклонение выборки, которое характеризует разброс измерений относительно среднего значения. Данный метод позволяет количественно оценить случайную составляющую неопределенности, вызванную вариациями в показаниях прибора, изменениями условий измерения и другими случайными факторами. Стандартная неопределенность типа А вычисляется как стандартное отклонение выборки, деленное на квадратный корень из числа измерений. Это позволяет получить оценку точности измерений при повторяемости, что является важным аспектом при оценке общей неопределенности измерений.

Таблица 2 - Измеренное и среднее значение калибруемого прибора

№	Измеренное значение	Среднее значение
1	27	27,3
2	28	
3	27	
4	27	
5	27	
6	27	
7	28	
8	28	
9	27	
10	27	

Расчет среднего значения:

$$\overline{x_1} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n=10} x_k = \frac{27 \cdot 7 + 28 \cdot 3}{10} = 27,3 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (15)$$

Расчет стандартной неопределенности по типу А высчитывается по формуле

$$u(x_i) = u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \overline{x_{cp}})^2} \quad (16)$$

Подставляя все значения получим

$$u(x_i) = u_A(x_i) \sqrt{\frac{(27-27,3)^2 + (28-27,3)^2 + \dots + (27-27,3)^2}{10 \cdot (10-1)}} = 0,01610 \approx 0,02 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (17)$$

В данном случае в типе В вычисляются стандартные неопределённости, вызванные различными источниками систематических погрешностей, которые возникают из-за характеристик измерительных приборов. В отличие от

неопределённости типа А, которая связана со случайными изменениями в процессе измерений и оценивается с помощью статистических методов, неопределённость типа В основывается на известных данных о характеристиках оборудования и принимается аналитически.

Для оценки неопределённости необходимо учитывать распределение возможных отклонений измеряемых величин. В данном случае принимается, что для эталонного прибора неопределённость распределяется равномерно, так как его погрешность имеет предсказуемый характер и не зависит от случайных факторов. Это означает, что любое значение внутри допустимого диапазона погрешности имеет равную вероятность, поскольку точные характеристики прибора известны заранее. Такой подход применяется в тех случаях, когда прибор имеет заданные пределы точности, а возможные отклонения в его показаниях не подвержены значительным случайным флуктуациям.

Для калибруемого прибора неопределённость распределяется по прямоугольному закону, поскольку измеренное значение может изменяться в пределах установленной погрешности, но не имеет при этом явной тенденции к какому-либо конкретному значению внутри этого диапазона [24]. Это означает, что каждое возможное отклонение в пределах допустимого интервала встречается с одинаковой вероятностью. Такой метод оценки применяется, когда невозможно определить, какие именно значения измеряемой величины встречаются чаще, и когда прибор ограничен фиксированной ценой деления, не позволяющей отобразить изменения с более высокой точностью.

Основными источниками систематической неопределённости в данном случае являются поправка калибратора и ограниченная точность шкалы измерительного прибора. Поправка калибратора отражает возможные отклонения эталонного прибора от истинного значения температуры, что учитывается в расчётах, исходя из известных характеристик прибора. Ограниченная точность шкалы измерительного прибора связана с тем, что дисплей или аналоговая шкала прибора могут отображать значения с определённой дискретностью, что накладывает ограничения на точность измерений и приводит к дополнительной неопределённости.

Таблица 3 - Источники неопределенности имеющие систематический характер

	Входная величина	Неопр. по типу В
Стандартная неопределенность от $\Delta V_s, ^\circ\text{C}$, $U_b = a/(\sqrt{3})$	0,05	0,02887
Стандартная неопределенность от $\delta V_a, ^\circ\text{C}$, $U_b = a/(2\sqrt{3})$	2	0,57735

3.4 Этап 4. Корреляция выходных величин

На четвертом этапе проводится анализ взаимосвязи между различными источниками неопределенности. В данном случае принимается важное допущение, что все выходные величины независимы и не коррелируют между собой. Это означает, что каждая составляющая неопределенности влияет на конечный результат независимо от других, и между ними отсутствует какая-либо зависимость.

Принятие данного допущения значительно упрощает процесс расчета суммарной неопределенности, так как позволяет использовать метод квадратичного сложения отдельных неопределённостей. Если выходные величины действительно независимы, их вклад в общую неопределённость можно определить по следующему принципу: каждая отдельная составляющая неопределенности сначала возводится в квадрат, затем их сумма извлекается из-под квадратного корня, что дает итоговую оценку общей неопределённости измерений.

При наличии корреляции между величинами процедура расчета усложняется, так как появляется необходимость учитывать коэффициенты корреляции, которые показывают степень взаимосвязи между различными неопределенностями. В таком случае неопределенности уже не могут складываться простым способом, а необходимо учитывать их взаимное влияние, что требует применения более сложных математических методов. Однако в данном расчёте предполагается, что корреляции между неопределённостями отсутствуют, а все источники неопределённости действуют независимо друг от друга.

Такой подход является стандартным при оценке измерительной неопределённости, особенно когда источники неопределённости связаны с разными физическими процессами, независимыми друг от друга. Например, случайные колебания температуры при измерениях, систематические ошибки калибровки и ограниченная точность прибора имеют разные причины возникновения, поэтому нет оснований считать, что они каким-либо образом связаны между собой.

Таким образом, на данном этапе расчёта неопределенности используется метод некоррелированных величин, который позволяет правильно учесть вклад каждой составляющей в суммарную неопределённость [25]. Это упрощает вычисления и делает итоговую оценку неопределённости измерений более прозрачной и объективной, что особенно важно при проведении метрологических исследований и разработке методик измерений.

3.5 Этап 5. Составление бюджета неопределенности

На данном этапе составляется бюджет неопределенности, который представляет собой систематизированный анализ всех выявленных источников,

влияющих на конечный результат измерений. В бюджет включаются как случайные, так и систематические неопределенности, а их количественная оценка проводится с учетом характера возникновения, типа распределения и коэффициента чувствительности. Основная цель данного этапа – определить вклад каждого источника неопределенности и обоснованно рассчитать совокупную неопределенность измерений.

Каждый источник неопределенности анализируется по нескольким ключевым параметрам. В первую очередь учитывается входная величина, то есть физический параметр, который может изменяться и вносить вклад в общую неопределенность. Случайные отклонения относятся к неопределенности типа А и определяются на основе статистической обработки повторных измерений, в то время как систематические отклонения относятся к типу В и оцениваются по характеристикам измерительного прибора и эталонов.

Важным фактором является учет вида распределения неопределенности, поскольку от этого зависит метод ее расчета. Если неопределенность имеет нормальное распределение, что характерно для случайных ошибок, то стандартное отклонение вычисляется по статистическим формулам. Если же неопределенность распределена равномерно или по прямоугольному закону, как в случае систематических погрешностей калибровки или дискретности шкалы прибора, применяется другой метод вычислений. Вид распределения определяется исходя из природы возникновения неопределенности и характеристик измерительных средств [26].

Следующим этапом анализа является расчет стандартной неопределенности, которая отражает разброс значений вокруг среднего результата. Для каждой входной величины вычисляется ее стандартное отклонение, которое затем корректируется с учетом коэффициента чувствительности. Этот коэффициент показывает, насколько изменение конкретного параметра влияет на конечное значение измеряемой величины.

Таблица 4 - Источники неопределенности имеющие систематический характер

Входная величина, °C	Значение входной величины	Отклонение оценок	Тип неопределенности	Вид распределения	Стандартная неопределенность	Коэффициент чувствительности	Вклад в неопределенность
i	x_i	$\pm$			U_{ci}	C_i	$U_{ci} \cdot C_i$

Продолжение таблицы 4

U _{ск} ок	27,3	-	A	нормально е	0,02	1	0,02
V _s	0,05		B	прямоугол ьное	0,03	1	0,03
V _a	2		B	прямоугол ьное	0,6	1	0,6

3.6 Этап 6. Расчет суммарной неопределенности

На данном этапе проводится расчет суммарной стандартной неопределенности, который является одним из ключевых этапов оценки точности измерений. Основная идея заключается в том, что общая неопределенность измерения определяется не простой суммой всех составляющих неопределенности, а методом квадратичного суммирования, поскольку каждая из них вносит свой независимый вклад в итоговый результат.

При вычислении суммарной неопределенности используется принцип суперпозиции, согласно которому суммарная стандартная неопределенность рассчитывается как квадратный корень из суммы квадратов всех индивидуальных стандартных неопределенностей. Данный метод применяется в тех случаях, когда неопределенности имеют разные источники происхождения и не зависят друг от друга [27].

Важно отметить, что в данном случае все входные величины считаются некоррелированными, что позволяет применять метод квадратичного суммирования без учета коэффициентов корреляции. Если бы между различными неопределенностями существовала зависимость, пришлось бы вводить дополнительные поправочные коэффициенты, отражающие взаимосвязь величин, что значительно усложнило бы расчет.

Каждая составляющая неопределенности, включенная в бюджет, вносит свой вклад в суммарную неопределенность. Это могут быть как случайные, так и систематические факторы, например, вариации измеренных значений в повторных испытаниях, неточность калибратора, погрешности шкалы прибора и другие. Их стандартные неопределенности были предварительно рассчитаны и приведены в бюджете неопределенности.

Применение метода квадратичного сложения обусловлено тем, что неопределенности представляют собой случайные и систематические величины, влияющие на итоговый результат измерения по-разному. Простое сложение этих величин дало бы завышенное значение общей неопределенности, поскольку в реальности влияние различных факторов не всегда накладывается линейно. Метод квадратного суммирования позволяет учесть относительное влияние каждой из составляющих и получить более точную оценку итоговой неопределенности [28].

После выполнения расчетов полученное значение стандартной суммарной неопределенности используется для дальнейшего определения расширенной неопределенности, которая учитывает доверительную вероятность измерений.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2(y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^m c_i^2 u^2(x_i)}, \quad (18)$$

$$u_c(y) = \sqrt{0,02^2 + 0,03^2 + 0,6^2} = 0,601082 \approx 0,6 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (19)$$

3.7 Этап 7. Расширенная неопределенность

На 7 этапе производится расчет расширенной неопределенности, которая представляет собой важный показатель точности измерений с учетом заданного уровня доверия. В отличие от стандартной неопределенности, отражающей среднеквадратичное отклонение измеряемой величины, расширенная неопределенность предназначена для установления интервала, в пределах которого с заданной доверительной вероятностью находится истинное значение измеряемого параметра.

Расширенная неопределенность представляет собой величину, с помощью которой устанавливается диапазон значений, охватывающий результат измерения. В большинстве метрологических расчетов используется уровень доверия 95%, который является стандартным в научных исследованиях и измерительной практике. Для данного уровня доверия коэффициент охвата k принимается равным 2, что означает, что истинное значение измеряемой величины с вероятностью 95% будет находиться в диапазоне, определяемом расширенной неопределенностью [29].

Использование коэффициента охвата необходимо, поскольку в реальных измерениях возможны случайные колебания результатов, и важно учитывать степень уверенности в том, что истинное значение находится в определенном интервале. Если бы использовалась только стандартная неопределенность, диапазон мог бы быть слишком узким, что не давало бы достаточной уверенности в точности измерений. Умножение на коэффициент охвата позволяет учесть возможные вариации измеряемой величины и задать разумные границы неопределенности.

Расчет расширенной неопределенности важен в ситуациях, когда необходимо представить измерения с четко определенной точностью, например, при сертификации оборудования, проведении метрологических экспертиз или разработке методик измерений. Значение расширенной неопределенности включается в конечный результат измерения, что позволяет пользователю данных интерпретировать точность и надежность полученных результатов.

$$U(y) = k \cdot u_c(y), \quad (20)$$

$$U(y) = 2 * 0,6 = 1,2 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (21)$$

3.8 Этап 8. Представление конечного результата

Последний этап заключается в представлении окончательных результатов измерений с учётом всех ранее рассчитанных компонентов неопределённости. Измеренное значение оформляется в виде доверительного интервала, построенного вокруг среднего значения, что отражает возможные пределы отклонения от действительного значения. Такой подход обеспечивает пользователей измерительной системы необходимой информацией для принятия обоснованных решений, принимая во внимание влияние неопределённости прибора [30].

$$Y = y \pm U, P \quad (22)$$

$$(28 \pm 1,2) \text{ гПа, при } k = 2, P = 0,95. \quad (23)$$

Из гистограммы видно, что наибольший вклад в неопределённость вносит половина цены деления младшего разряда дисплея, выраженная в градусах Цельсия, как показано на рисунке 3.

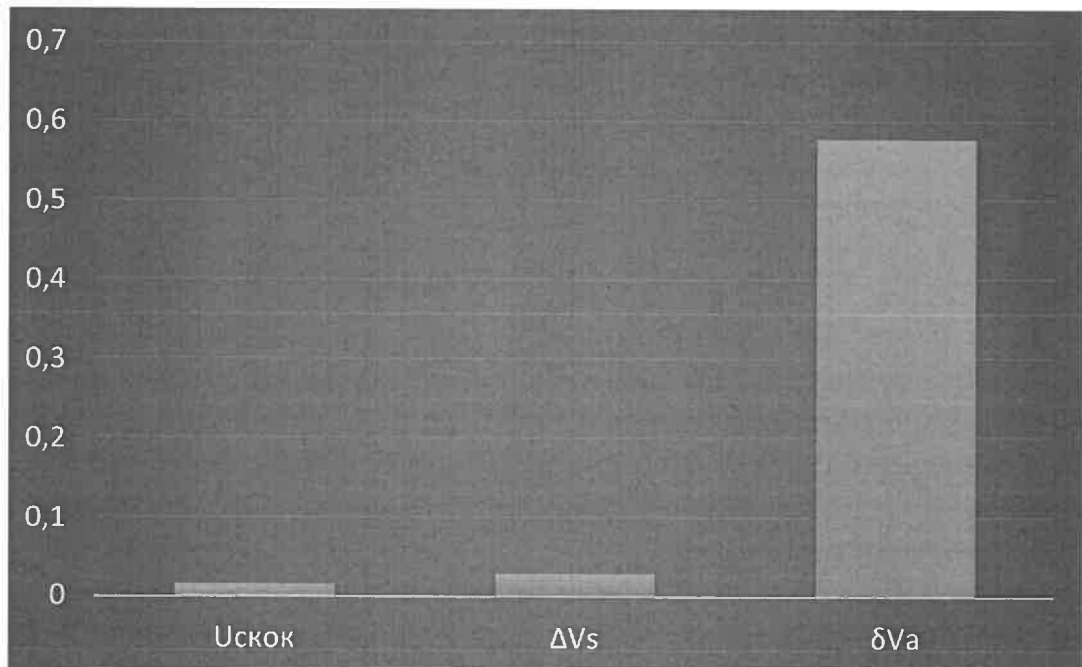


Рисунок 3 - Вклады в неопределенность

4 Расчет неопределенности измерения по методу Монте-Карло

4.1 Практическая реализация по методу Монте-Карло

В процессе дальнейшего изучения точности измерений биметаллического барометра, мы применим метод Монте-Карло для оценки неопределенности.

На практике применение метода Монте-Карло для расчета расширенной неопределенности с помощью Excel отличается простотой реализации и высокой доступностью для пользователей без специализированного программного обеспечения.

Он включает в себя следующие шаги:

а) в соответствии с заданным законом распределения генерируются N массивов. Создаются L массивов (по числу входных величин) случайных чисел объемом $n = 1,000,000$, которые соответствуют указанным законам распределения. Для этого в программе Excel применяются соответствующие формулы, где x обозначает значение входного параметра, a - соответствующую полуширину, u - стандартную неопределённость, а v - количество степеней свободы»;

б) значения выходного параметра вычисляют, подставляя случайно сгенерированные входные величины в математическую модель, описывающую измерительный процесс;

в) ранжируют массив выходной величины в порядке возрастания - от меньшего к большему.

Таблица 5- Виды распределения и формулы

Распределение	Формула
Нормальное	=НОРМОБР(СЛЧИС(); x ; u)
Прямоугольное	
Заданная полуширина a	= $x+2*a*(СЛЧИС()-0,5)$
Заданная стандартная неопределенность u	= $x+2*u*КОРЕНЬ(3)*(СЛЧИС()-0,5)$
Треугольное	
Заданная полуширина a	= $x+a*(СЛЧИС()-СЛЧИС())$
Заданная стандартная неопределенность u	= $x+u*КОРЕНЬ(6)*(СЛЧИС()-СЛЧИС())$
Стьюдента	= $x+u*СТЮДРАСПОБР(СЛЧИС(); v)$

Для расчета генерируем 3 массива случайных чисел (для входных V_c , ΔV_c и δV_c) объемом $M=10^6$, подчиняющихся прямоугольному и нормальному закону распределения, как показано на рисунках 3.

1999976							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Математическая модель:			$E_x = V_c + \Delta V_s + \delta V_c$			
2							
3	V_c	ΔV_s	δV_c	E_x			
4	27,3234	0,006394	1,555194	28,88499			
5	27,27187	0,098619	2,774044	30,14454			
6	27,29814	0,092498	1,397746	28,78838			
7	27,28188	0,013343	1,063621	28,35884			
8	27,30578	0,032685	2,876167	30,21463			
9	27,29937	0,024521	1,489164	28,81305			
10	27,30316	0,042915	2,243778	29,58986			
11	27,29565	0,022058	1,336694	28,6544			
12	27,31654	0,003158	1,164206	28,4839			
13	27,283	0,071314	1,350516	28,70483			
14	27,29609	0,051697	2,337142	29,68493			
15	27,29792	0,062312	1,967002	29,32723			
16	27,32484	0,008562	1,509626	28,84303			
17	27,28673	0,027322	1,236599	28,55065			
18	27,28764	0,023187	1,246084	28,55691			
19	27,30473	0,058255	1,178923	28,54191			
20	27,32397	0,061356	1,493263	28,87859			
21	27,31225	0,033105	2,809096	30,15445			
22	27,31405	0,088404	2,095386	29,49784			
23	27,30903	0,02251	2,521046	29,85259			
24	27,27464	0,005943	2,397416	29,678			
25	27,29805	0,012258	2,836265	30,14658			
26	27,30515	0,003894	2,176825	29,48587			
27	27,29616	0,022039	2,644608	29,96281			
28	27,31025	0,098077	2,849267	30,2576			
29	27,3014	0,06687	2,976936	30,34521			
30	27,29159	0,024627	2,43885	29,75506			
	Лист1	Лист2	Лист3	⊕			

Рисунок 4- Массив входных и выходных данных

На рисунке 5 показано продолжение симуляций.

999971	27,30682	0,049159	2,670265	30,02625
999972	27,31634	0,089005	2,62945	30,0348
999973	27,29437	0,096177	1,344434	28,73498
999974	27,27155	0,006935	2,49943	29,77792
999975	27,27547	0,025822	2,042774	29,34407
999976	27,28647	0,065992	2,820612	30,17308
999977	27,28695	0,092037	1,016813	28,3958
999978	27,30572	0,044547	2,364718	29,71498
999979	27,27498	0,012212	2,361105	29,6483
999980	27,29129	0,034294	2,806093	30,13168
999981	27,29148	0,037899	2,939703	30,26909
999982	27,32923	0,029348	2,729232	30,08781
999983	27,30068	0,060163	2,391108	29,75195
999984	27,30028	0,008192	2,631854	29,94033
999985	27,27692	0,084424	2,766505	30,12785
999986	27,32758	0,051409	1,087685	28,46667
999987	27,2976	0,0229	1,294141	28,61464
999988	27,26725	0,086348	2,892104	30,2457
999989	27,29728	0,07344	2,841608	30,21233
999990	27,28974	0,080027	1,714488	29,08425
999991	27,31267	0,002194	2,719377	30,03424
999992	27,3052	0,00882	1,183304	28,49732
999993	27,31241	0,000232	1,020442	28,33308
999994	27,29987	0,047321	1,061657	28,40885
999995	27,3184	0,064703	1,946833	29,32994
999996	27,32152	0,068686	1,255739	28,64594
999997	27,31268	0,037854	2,41569	29,76622
999998	27,30822	0,082109	1,850576	29,24091
999999	27,33621	0,052291	2,538386	29,92688
1000000	27,30598	0,053669	1,642101	29,00175

Рисунок 5 - Массив входных и выходных данных

Данные с Лист1 переносятся на Лист2 и массив сортируется по возрастанию

	A	B	C	D	E
1	27,22696	-8,3E-07	1,000002	28,22696	
2	27,22794	-8,1E-07	1,000007	28,22795	
3	27,22876	-5,3E-07	1,000009	28,22877	
4	27,22929	-5E-07	1,000012	28,2293	
5	27,22946	-3,7E-07	1,000014	28,22947	
6	27,22975	-3,4E-07	1,000016	28,22977	
7	27,23006	-2,7E-07	1,000017	28,23008	
8	27,23151	4,07E-08	1,000018	28,23152	
9	27,2324	6,34E-08	1,000019	28,23242	
10	27,23244	7,05E-08	1,00002	28,23246	
11	27,2328	2,1E-07	1,000028	28,23283	
12	27,23281	3,28E-07	1,000028	28,23283	
13	27,23282	4,3E-07	1,000029	28,23285	
14	27,23352	6,35E-07	1,000031	28,23355	
15	27,23377	8,1E-07	1,000033	28,2338	
16	27,23433	8,26E-07	1,000035	28,23436	
17	27,23475	9,07E-07	1,000039	28,23479	
18	27,23488	1,02E-06	1,00004	28,23493	
19	27,23489	1,2E-06	1,000044	28,23494	
20	27,23496	1,22E-06	1,000044	28,23501	
21	27,23504	1,26E-06	1,000052	28,23509	
22	27,23507	1,33E-06	1,000052	28,23512	
23	27,23511	1,36E-06	1,000053	28,23517	
24	27,23521	1,4E-06	1,000055	28,23526	
25	27,23531	1,71E-06	1,000055	28,23537	
26	27,23547	1,83E-06	1,000056	28,23553	
27	27,23557	1,85E-06	1,000059	28,23564	
28	27,23576	1,88E-06	1,000061	28,23582	
29	27,23578	1,89E-06	1,000062	28,23584	
30	27,23588	1,92E-06	1,000062	28,23595	

Рисунок 6 - Массив сортированных входных и выходных данных

На рисунке 7 показано продолжение сортировки массивов.

	A	B	C	D	E
999971	27,36501	0,099998	2,999939	30,46495	
999972	27,36515	0,099998	2,99994	30,46509	
999973	27,36532	0,099998	2,999941	30,46526	
999974	27,36535	0,099999	2,999948	30,4653	
999975	27,36539	0,099999	2,999949	30,46533	
999976	27,36585	0,099999	2,99995	30,4658	
999977	27,36595	0,099999	2,99995	30,4659	
999978	27,36602	0,099999	2,999952	30,46597	
999979	27,36618	0,099999	2,999954	30,46613	
999980	27,36624	0,099999	2,999958	30,4662	
999981	27,36627	0,099999	2,999958	30,46622	
999982	27,36638	0,099999	2,999959	30,46634	
999983	27,36657	0,099999	2,999962	30,46654	
999984	27,36713	0,099999	2,999967	30,46709	
999985	27,36724	0,1	2,999968	30,46721	
999986	27,36741	0,1	2,999969	30,46737	
999987	27,36846	0,1	2,99997	30,46843	
999988	27,3691	0,1	2,999974	30,46907	
999989	27,36933	0,1	2,999976	30,46931	
999990	27,36938	0,1	2,999979	30,46936	
999991	27,36955	0,1	2,999984	30,46953	
999992	27,36972	0,1	2,999985	30,46971	
999993	27,37012	0,1	2,999987	30,4701	
999994	27,3706	0,1	2,999988	30,47059	
999995	27,37141	0,1	2,999991	30,4714	
999996	27,37278	0,1	2,999992	30,47277	
999997	27,3731	0,100001	2,999994	30,47309	
999998	27,37386	0,100001	2,999995	30,47385	
999999	27,37538	0,100001	2,999995	30,47538	
1000000	27,37938	0,100001	2,999996	30,47937	

Рисунок 7 – Массив сортированных входных и выходных данных

Затем проводят вычисление основных показателей распределения, полученного в результате моделирования:

- математическое ожидание $\bar{y}$:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n y_n \quad (24)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n y_n = 29,35^\circ\text{C} \quad (25)$$

- оценка суммарной стандартной неопределенности результата измерения

$$u_c(y) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (y_q - \bar{y})^2} \quad (26)$$

$$u_c(y) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (y_q - \bar{y})^2} = 0,62^\circ\text{C} \quad (27)$$

- расширенная неопределенность для заданного уровня доверия

$$U_p = \frac{1}{2} [y_{n(1+p)/2} - y_{n(1-p)/2}] \quad (28)$$

$$U_p = \frac{1}{2} [y_{n(1+p)/2} - y_{n(1-p)/2}] = 1,03^\circ\text{C} \quad (29)$$

где $y_{n(1+p)/2}$ и $y_{n(1-p)/2}$ – соответствующие члены упорядоченного массива данных выходной величины. Для $P = 0,95$ и $n = 10^6$ для расчёта берут 975000 и 25000 член упорядоченного массива выходной величины [31-35].

- оценку коэффициента охвата

$$k = \frac{U_p}{u_c(y)} \quad (30)$$

$$k = \frac{U_p}{u_c(y)} = \frac{1,03}{0,062} = 1,7 \quad (31)$$

Произведено сопоставление результатов измерений, полученных с использованием методов GUM и Монте-Карло:

GUM: $E_x = (28 \pm 1,2)^\circ\text{C}$, $P = 0,95$

ММК: $E_x = (29,3 \pm 1,03)^\circ\text{C}$, $P = 0,95$

Далее, по этому методу проводится генерация случайных чисел с использованием тех же формул и законов распределения, но уже с меньшим числом реализаций – $M=100\,000$ и $M=10000$. Это позволит оценить влияние

объема выборки на достоверность результатов.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	27,29021	0,065012	1,000047	28,35527		Uc(y)=	0,578256	- оценка суммарной стандартной неопределенности						
2	27,29219	0,045033	1,000063	28,33729		U(y)=	0,926491	- расширенная неопределенность						
3	27,29756	0,063538	1,000075	28,36118		k=	1,602216	- коэффициент охвата						
4	27,30457	0,068796	1,000088	28,37345		ср =	29,35594	- математическое ожидание						
5	27,32737	0,017219	1,000109	28,3447										
6	27,3236	0,069999	1,000124	28,39373										
7	27,29594	0,046342	1,000129	28,34241										
8	27,30332	0,086283	1,000173	28,38977										
9	27,29819	0,073551	1,000178	28,37192										
10	27,30374	0,024625	1,000182	28,32855										
11	27,32886	0,019893	1,000188	28,34895										
12	27,3119	0,009173	1,000203	28,32128										
13	27,3045	0,086004	1,000204	28,39071										
14	27,28211	0,021277	1,000217	28,3036										
15	27,29364	0,042331	1,000313	28,33628										
16	27,32551	0,07085	1,000317	28,39668										
17	27,31403	0,091561	1,000361	28,40595										
18	27,3071	0,081764	1,000371	28,38924										
19	27,28124	0,086144	1,000433	28,36781										
20	27,31655	0,038233	1,000449	28,35523										
21	27,31065	0,044533	1,000475	28,35566										
22	27,29354	0,00631	1,000525	28,30038										
23	27,27333	0,050647	1,000545	28,32452										
24	27,32502	0,011511	1,000563	28,3371										
25	27,31427	0,051392	1,000569	28,36623										
26	27,30282	0,075579	1,000578	28,37898										
27	27,2838	0,021635	1,000618	28,30606										
28	27,31298	0,036415	1,000624	28,35002										
29	27,28961	0,018981	1,000635	28,30923										

Рисунок 8 – Массив входных и выходных данных при M=100 000

На рисунке 9 показано продолжение сортировки массивов. Стоит отметить, что расчёты также проводятся в том же программном обеспечении.

A100000				27,316472161202
	A	B	C	D
99971	27,30973	0,009644	2,999466	30,31884
99972	27,31577	0,045037	2,999485	30,36029
99973	27,29504	0,008392	2,999498	30,30293
99974	27,29928	0,077502	2,999531	30,37632
99975	27,29204	0,016014	2,99954	30,30759
99976	27,31329	0,085139	2,99956	30,39799
99977	27,27679	0,086029	2,999561	30,36238
99978	27,30857	0,053347	2,999565	30,36148
99979	27,29911	0,022919	2,999579	30,32161
99980	27,31236	0,085398	2,999652	30,39741
99981	27,34088	0,092303	2,999657	30,43284
99982	27,2824	0,047517	2,999659	30,32957
99983	27,31353	0,08899	2,999681	30,4022
99984	27,31854	0,080084	2,999709	30,39833
99985	27,31216	0,002718	2,999715	30,31459
99986	27,29966	0,085002	2,999718	30,38438
99987	27,30812	0,037621	2,999725	30,34547
99988	27,28809	0,042421	2,999727	30,33024
99989	27,30268	0,075487	2,999781	30,37794
99990	27,29568	0,000329	2,999794	30,29581
99991	27,31326	0,005625	2,999827	30,31871
99992	27,32912	0,036393	2,999831	30,36534
99993	27,28601	0,007176	2,999848	30,29304
99994	27,3077	0,011851	2,999894	30,31944
99995	27,32442	0,048905	2,999895	30,37322
99996	27,33179	0,097474	2,999895	30,42916
99997	27,31135	0,004767	2,999972	30,31609
99998	27,30456	0,059561	2,999975	30,3641
99999	27,30417	0,081031	2,999977	30,38518
100000	27,31647	0,040154	2,999988	30,35661

Рисунок 9 – Массив сортированных входных и выходных данных при M=100 000

Аналогично предыдущему этапу, выполняется симуляция методом Монте-Карло с числом прогонов $M=10\ 000$. Параметры генерируются по прежним законам распределения, после чего проводится расчёт неопределённости и анализ полученного распределения результата.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	27,26505	0,06487	1,000329	28,35325		U(y)=	0,57431	- оценка суммарной стандартной неопределённости						
2	27,2999	0,055398	1,000575	28,35587		U(y)=	0,74	- расширенная неопределённость						
3	27,29639	0,054038	1,001255	28,35168		k=	1,3	- коэффициент охвата						
4	27,26715	0,013851	1,001927	28,28293		kcp=	29,35591	- математическое ожидание						
5	27,29959	0,049566	1,002007	28,35117										
6	27,28322	0,022073	1,002062	28,30735										
7	27,29893	0,023522	1,0022	28,32465										
8	27,27167	0,071058	1,002207	28,34494										
9	27,29903	0,097144	1,003225	28,39939										
10	27,30578	0,051553	1,003339	28,36067										
11	27,29502	0,047364	1,003652	28,34604										
12	27,29774	0,068884	1,004324	28,37194										
13	27,335	0,022304	1,004508	28,36182										
14	27,2845	0,040594	1,004927	28,33002										
15	27,30487	0,033373	1,005016	28,34321										
16	27,3097	0,036703	1,005186	28,35159										
17	27,28262	0,053348	1,005277	28,34125										
18	27,28591	0,020894	1,005464	28,31226										
19	27,2839	0,012505	1,005786	28,30219										
20	27,29537	0,031031	1,00582	28,33222										
21	27,31269	0,094189	1,006262	28,41314										
22	27,30345	0,088861	1,006775	28,39908										
23	27,3149	0,058487	1,006821	28,38021										
24	27,29529	0,087994	1,006913	28,3802										
25	27,30198	0,037259	1,007009	28,34625										
26	27,29456	0,047494	1,00804	28,3591										
27	27,30112	0,063243	1,008102	28,37427										
28	27,29802	0,055588	1,00818	28,36178										
29	27,29092	0,093966	1,008243	28,39313										

Рисунок 10 – Массив входных и выходных данных при $M=10\ 000$

Для наглядности оставшаяся часть сгенерированных данных отображена на рисунке 11 как продолжение симуляции при $M=10\ 000$

	A	B	C	D	E
9971	27,32002	0,061151	2,992452	30,37362	
9972	27,30282	0,065931	2,99265	30,3614	
9973	27,30217	0,058938	2,993268	30,35438	
9974	27,31202	0,016574	2,993456	30,32205	
9975	27,30673	0,077767	2,993877	30,37837	
9976	27,32059	0,027682	2,994218	30,34249	
9977	27,30385	0,057432	2,994323	30,3556	
9978	27,30636	0,039673	2,994568	30,3406	
9979	27,30595	0,081507	2,994568	30,38203	
9980	27,3267	0,053377	2,995375	30,37545	
9981	27,31057	0,023615	2,995404	30,32958	
9982	27,28717	0,002228	2,995728	30,28513	
9983	27,31386	0,043903	2,99573	30,35349	
9984	27,31499	0,064454	2,995972	30,37541	
9985	27,29183	0,051927	2,996198	30,33996	
9986	27,32634	0,031228	2,996327	30,35389	
9987	27,30715	0,009987	2,996362	30,3135	
9988	27,33278	0,070099	2,996628	30,39951	
9989	27,29997	0,054834	2,996717	30,35152	
9990	27,31483	0,043397	2,996842	30,35507	
9991	27,29963	0,094387	2,998115	30,39213	
9992	27,31697	0,060355	2,998155	30,37548	
9993	27,30641	0,050347	2,998183	30,35494	
9994	27,30656	0,066823	2,998437	30,37182	
9995	27,32264	0,048375	2,9985	30,36951	
9996	27,32359	0,016153	2,998824	30,33857	
9997	27,30924	0,025038	2,999061	30,33334	
9998	27,30112	0,017907	2,999228	30,31826	
9999	27,31195	0,034233	2,999734	30,34592	
10000	27,28008	0,078668	2,999819	30,35857	

Рисунок 11 – Массив сортированных входных и выходных данных при $M=10000$

Полученные результаты моделирования методом Монте-Карло при различных количествах симуляций представлены на рисунках 12. Как видно из представленных данных, при $M=1\,000\,000$ наблюдается высокая стабильность значений, что обеспечивает точную оценку суммарной стандартной неопределенности и расширенной неопределенности. При снижении количества генераций до 100 000 и 10 000 соответствующие значения существенно отклоняются.

$U_c(y)=$	0,62174	- оценка суммарной стандартной неопределенности
$U(y)=$	1,03	- расширенная неопределенность
$k=$	1,7	- коэффициент охвата
$\bar{X}_{cp} =$	29,35317	- математическое ожидание
$U_c(y)=$	0,57826	- оценка суммарной стандартной неопределенности
$U(y)=$	0,93	- расширенная неопределенность
$k=$	1,602216	- коэффициент охвата
$\bar{X}_{cp} =$	29,35594	- математическое ожидание
$U_c(y)=$	0,57431	- оценка суммарной стандартной неопределенности
$U(y)=$	0,74	- расширенная неопределенность
$k=$	1,3	- коэффициент охвата
$\bar{X}_{cp} =$	29,35591	- математическое ожидание

Рисунок 12 – Результаты, полученные методом Монте-Карло при 1 000 000, 10 000 и 1 000 генераций

В ходе исследования были применены два метода оценки неопределенности: GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) и метод Монте-Карло (ММК). Рассчитанные значения температуры с указанием расширенной неопределенности и доверительной вероятности $P = 0,95$ представлены следующим образом: для метода GUM $E_x = (28 \pm 1,2) ^\circ\text{C}$, а для метода Монте-Карло $E_x = (29,3 \pm 1,03) ^\circ\text{C}$. Анализ результатов показывает, что между двумя методами есть различия. Среднее значение, полученное методом Монте-Карло, оказалось выше на 1,3 градуса, что может быть связано с учетом более широкого спектра факторов неопределенности или особенностями статистического подхода метода Монте-Карло. При этом расширенная неопределенность по методу GUM больше, что указывает на более высокую точность оценки при использовании этого метода.

Метод GUM показал свою эффективность в задачах, где измерительная модель обладает линейными зависимостями, а входные параметры имеют

независимые и имеют нормальные распределения и прямоугольные распределения. Кроме того, метод GUM позволяет быстро оценивать неопределенность, опираясь на аналитическое выражение модели и известные статистические характеристики, тем самым минимизирует затраты и вычислительных ресурсы. Он особенно полезен там, где требуется обоснованная оценка при ограниченных ресурсах.

С другой стороны, метод Монте-Карло демонстрирует большую адаптивность к сложным условиям измерений. Он не требует высокой квалификации исполнителя, потому что процесс расчёта полностью автоматизирован. Использование большого числа случайных выборок, например, 1,000,000 позволяет получить необходимые результаты, максимально приближенное к реальным условиям. При этом данный метод также требует меньше вычислительных ресурсов и времени в сравнении с традиционным аналитическим подходом при решении сложных задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование подтвердило значимость выбора метода оценки неопределённости измерений для повышения точности метрологических данных. Сравнительный анализ методов GUM и Монте-Карло, выполненный на примере калибровки биметаллического термометра ТБП 63, показал, что каждый из подходов имеет свои преимущества и недостатки.

Метод GUM показал высокую эффективность в условиях линейных моделей. Его использование обеспечивает простоту и воспроизводимость вычислений, а также минимизирует потребление вычислительных ресурсов. Это делает метод предпочтительным для стандартных задач, требующих оперативной и точной оценки неопределённости. Однако этот метод требует больше времени на вычисления, что может быть критичным в условиях ограниченных ресурсов.

С другой стороны, метод Монте-Карло продемонстрировал свою пригодность для анализа сложных систем с нелинейными зависимостями и сложными распределениями входных параметров. Использование 1,000,000 симуляций позволило учесть широкий спектр факторов, влияющих на результат измерений, и обеспечило оценку неопределённости.

Наблюдаемое расхождение математических ожиданий, полученных с использованием различных методов, хоть и незначительно по величине, имеет принципиальное значение для понимания поведения измерительных систем в различных условиях.

Преимущества и ограничения метода Монте-Карло при оценке неопределённости измерений

Преимущества метода Монте-Карло:

Обеспечивает возможность оценки широкого спектра статистических характеристик результата измерений Y , а не ограничивается только вычислением стандартного отклонения.

- позволяет реализовать поэтапную процедуру оценки неопределённости, при которой выход одной модели может служить входом для другой, что допускает построение многозвенных расчётных цепочек.

- поддерживает корректную оценку неопределённостей входных величин вне зависимости от их масштаба, включая случаи с высокой степенью разброса.

- не требует вычисления коэффициентов чувствительности, что упрощает расчётную процедуру.

- применим к произвольным математическим моделям, включая нелинейные и сложноструктурированные зависимости.

- вычислительная сложность определяется числом симуляций m и временем выполнения функции f , без необходимости дополнительной сортировки массива данных.

Ограничения метода Монте-Карло:

- необходима численная устойчивость математической модели, так как моделирование охватывает не только окрестности номинальных значений, но и весь диапазон распределения входных величин.
- результаты могут варьироваться при каждом новом запуске из-за стохастической природы метода, что требует дополнительной статистической обработки для повышения надёжности оценок.
- точность оценок во многом зависит от характеристик используемого генератора псевдослучайных чисел.
- для достижения достоверных результатов необходимо учитывать все значимые источники влияния на итоговую неопределённость.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б. Қ. Ермек, Ж. Н. Әбілқайыр, Г. А. Баймаханов, Ж. Б. Омарова. Оценка неопределенности измерений по методу GUM с применением цифрового барометра MSB181 // Вестник Торайгырова университета. Серия: Физика, математика и компьютерные науки. – 2025. – № 1. – DOI: <https://doi.org/10.48081/OGCQ1404>.
2. B. Ermek, Zh. Omarova. Comparative analysis of GUM and Monte Carlo methods using artificial intelligence for measurement uncertainty assessment. // Satbayev International Conference, Volume 25, Issue 1, 2025, pp. 1075–1083. DOI: 10.51301/SIC.2025.i1.146
3. ГОСТ 34100.3.1-2017/ISO/IEC Guide 98-3/Suppl 1:2008 "Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. Дополнение 1. Трансформирование распределений с использованием метода Монте-Карло".
4. Guillory, J.; Truong, D.; Wallerand, J.-P. Assessment of the mechanical errors of a prototype of an optical multilateration system. Rev. Sci. Instrum. 2020, 91, 025004.
5. Guillory, J.; Truong, D.; Wallerand, J.-P. Uncertainty assessment of a prototype of multilateration coordinate measurement system. Precis. Eng. 2020, 66, 496–506.
6. Захаров И. П. Неопределенность измерений для чайников и начальников: учеб. пособ. /И.П. Захаров, - Харьков, 2013.
7. РМГ 29-2013. Метрология. Основные термины и определения.
8. ГОСТ 34100.1-2017/ISO/IEC Guide 98-1:2009 "Неопределенность измерения. Часть 1. Введение в руководства по выражению неопределенности измерения".
9. Новиков В.В. Численные методы в вычислении неопределенности. / В. В. Новиков // Системи обробки інформації. – Харків, 2008.
10. ГОСТ 34100.3.2-2017/ISO/IEC Guide 98-3/Suppl 2:2011 "Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. Дополнение 2. Обобщение на случай произвольного числа выходных величин".
11. Moona, G.; Kumar, V.; Jewariya, M.; Sharma, R. Measurement uncertainty assessment of articulated arm coordinate measuring machine for length measurement errors using Monte Carlo simulation. Int. J. Adv. Manuf. Technol. 2022, 119, 5903–5916
12. Расчет неопределенности. ДП Оценивание неопределённости измерений. Руководство по выражению неопределенности измерения ГОСТ Р ISO 1109-52007 Статистические методы. Линейная калибровка с использованием образцов сравнения.
13. Measurement uncertainty estimations: GUM method. [Electronic resource]. – <https://www.wasyresearch.com/measurement-uncertainty-estimations-gum-method/>
14. Dieck, R. H. Measurement Uncertainty: Methods and Applications. — 4th ed. — ISA, 2007. — 277 p

- 15 EA-4/02 "Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration". — European co-operation for Accreditation, 1999. — 79 p.
- 16 Willink, R. Measurement Uncertainty and Probability. — Cambridge: Cambridge University Press, 2013. — 276 p
- 17 Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. - ISO, Switzerland, 1993. — 101 p.
- 18 JCGM 200: 2012 – "International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM)" – 3rd ed. – Joint Committee for Guides in Metrology, 2012. – 91 p.
- 19 СТ РК 2.184-2010 «Оценка неопределенности при калибровке/поверке средств измерений». — Введ.06-08-2010. — Астана: Комитет по техническому регулированию и метрологии Республики Казахстан, 2010. — 64 с.
- 20 JCGM 200:2008. International Vocabulary of Metrology — Basic and general concepts and associated terms, 3rd Edition. — Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), 2008. — 90 p.
- 21 Иванов И. А. Метрология, стандартизация и сертификация: Учебник. – М.: Лань, 2019. – 356 с.
- 22 Хан С.Г. Метрология стандартизация, сертификация и управление качеством: Учебное пособие (для студентов специальности «Автоматизация и управление»). – Алматы: АУЭС, 2018. – 118 с
- 23 Международный словарь по метрологии: основные и общие понятия и соответствующие термины: пер. с англ. И фр. / Всерос. науч.-исслед. ин-т метрологии им. Д. И. Менделеева, Белорус. Гос. Ин-т метрологии. Изд. 2-е, испр. – СПб.: НПО «Профессионал», 2010. — 84 с.
- 24 СТ РК 2.185-2010 «ГСИ РК. Результаты и характеристики погрешности измерений».
- 25 ГОСТ ИСО 5725-1-2003 Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений. Часть 1. Основные положения и определения. – М.: Стандартиформ, 2003
- 26 СТ РК 1.9-2019. Национальная система стандартизации Республики Казахстан. Общие требования к применению международных, региональных стандартов и стандартов иностранных государств на территории Республики Казахстан. – Астана: Мемстандарт. 2019.
- 27 ГОСТ ISO/IEC 17000-2012. Оценка соответствия. Словарь и общие принципы. – М.: Стандартиформ, 2020.
- 28 Хан С.Г. Основы единства измерений и техническое регулирование. Учебное пособие. – Алматы: АУЭС, 2015.
- 29 СТ РК 7.13-2008 «Оценка неопределенности результатов измерений при калибровке».
- 30 СТ РК 2.12-2013 «СК РК. Калибровка средств измерений. Организация и порядок проведения»
- 31 Закон Республики Казахстан «Об обеспечении единства измерений» от 7 июня 2000 года № 53-ІІ (с изменениями и дополнениями). – Астана, 2019

32 OIML G 19:2017 «The role of measurement uncertainty in conformity assessment decisions in legal metrology».

33 Аронов И.З., Саламатов В.Ю., Дудко В.Д. Оценка соответствия: терминология. Глоссарий. – М.: Изд. ООО «Альянс Медиа Стратегия», 2013.

34 T. Dorst, T. Schneider, S. Eichstädt, A. Schütze, “Influence of measurement uncertainty on machine learning results demonstrated for a smart gas sensor,” *Journal of Sensors and Sensor Systems*, 12(1), pp. 45-60, 2023.

35 K. Nam, H. Kim, G. Choi, M. Yoo, H. Ko, “Low-noise delta-sigma analog front end with capacitor swapping technique for capacitive microsensors,” *Measurement and Control*, 55(5-6), pp. 239-246, 2022.

Приложение А

КАЗАКСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ САУДА ЖӘНЕ
ИНТЕГРАЦИЯ МИНИСТРЛІГІ
ТЕХНИКАЛЫҚ РЕТТЕУ ЖӘНЕ МЕТРОЛОГИЯ КОМИТЕТІ



ДИПЛОМ

Дүниежүзілік метрология күнінің 150 жылдығына
орай "Жылдың үздік жас метрологы"
конкурсының қорытындысы бойынша

**Ермек
Бақберген Қайратұлы**

III орын дипломымен марапатталады

Төраға



Ж. Есенбекова



Астана қ.
2025 ж. 30 сәуір

Приложение Б

СӘТБАЕВ
УНИВЕРСИТЕТІ



SATBAYEV
UNIVERSITY



PolyTech is the best!

ДИПЛОМ

**«Satbayev International Conference 2025.
Инженерлік және өндірістік жүйелердегі жасанды интеллект:
процестерді оңтайландыру мен автоматтандыру шешімдері»
халықаралық конференциясына қатысып,**

Ермек Байбөрген

I орын

алғаны үшін марапатталады



Фараби Әлемі

FARABI UNIVERSITY

ДИПЛОМ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Фараби әлемі» атты
халықаралық ғылыми конференциясында

Әуеш - меркешің _____ факультеті

Студенттер мен жас ғалымдардың «Фараби әлемі» секциясы бойынша

III орын алғаны үшін

Әуеш Әзізбергали

МАРАПАТТАЛАДЫ

Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ
Академиялық мәселелер бойынша
Басқарма мүшесі - проректор

А.Ғ. Қазмағамбетов

3-5 сәуір 2025 жыл

Приложение Г

ПРОТОКОЛ
конкурсной комиссии НИРС
НАО «Карагандинского технического университета
им. Абылкаса Сагинова»
базового вуза (УМО)
по разделу «Стандартизация, сертификация и метрология»

Конкурсная комиссия НИРС по разделу «Стандартизация, сертификация и метрология» утверждена приказом Члена правления – проректора по НР № 99 лск от 07.04.2025 г. в количестве 8 человек.

На заседании комиссии присутствовало 8 человек.

На конкурс НИРС поступило 23 работы студентов из 9 вузов.

Рассмотрев научные работы студентов, конкурсная комиссия НАО «КарТУ им. Абылкаса Сагинова» решила представить к награждению:

1. Дипломами Министерства I степени 1 работу;
2. Дипломами Министерства II степени 2 работы;
3. Дипломами Министерства III степени 3 работы;

Диплом I степени

1. Кулданбаева Бибінұр Жемісқызы, 3 курс, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби.

Тема работы «Рекуператор құбырларындағы сұйықтың жылуалмасу процесстерін оптайландыру».

Научный руководитель: доцент Тайманова Гульнара Қабжановна.

Диплом II степени

1. Ермек Бакберген Қайратұлы, Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, 4 курс.

Тема работы: «Оценка неопределенности измерений: Сравнение методов GUM и Монте-Карло на примере биметаллического термометра».

Научный руководитель: PhD, асс. профессор Омарова Жансая Бағдатқызы.

2. Рахметкали Нұрзила Нұрболатқызы, НАО «Казахский аграрный университет имени С.Сейфуллина», 3 курс.

Тема работы: «Фиброцемент құрылыс материалының беріктік сапа көрсеткіштерін нормативтік құжаттардың талаптарына сәйкестігін талдау».

Научный руководитель: ст.преподаватель Алдабергенова Сауле Салимжановна, ст. Преподаватель Ибжанова Айнур Алимбаевна.

Диплом III степени

1. Өксікбай Нурдаулет Кәдірбайұлы, Амангелді Фархад Саматұлы, Таразский университет имени М.Х. Дулати, 3 курс

Тема работы: «Сертификаттауға жеңіл өнеркәсіп материалдарын дайындау және жүргізу».

Научный руководитель: PhD, асс. профессор Қауымбаев Рахымжан Токтарбайұлы.

2. Севальнев Данил Иванович, НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова», 2 курс.

Тема работы: «Оценка влияния различных факторов на износ инструмента и разработка системы ранжирования их значимости»

Научный руководитель: PhD, и.о. доцента Нуржанова Оксана Амангельдыевна.

3. Қалиева Айзере Сатыбалдықызы, НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова», 3 курс.

Тема работы: «Статистикалық бақылау әдістері арқылы тісті доңғалақтың сапа деңгейін анықтау».

Научный руководитель: PhD, ст. преподаватель, Карсакова Нургуль Жолаевна.

Председатель конкурсной комиссии
Член правления – проректор по НИИ

Зам. председателя конкурсной комиссии

Секретарь

Члены комиссии:

Зав. каф. ТОМиС, PhD

К.т.н., проф. каф. ТОМиС

PhD, ст. преподаватель каф. ТОМиС

PhD, и.о. доцента каф. ТОМиС

Ведущий специалист
КФ РГП «Казстандарт»

В.В. Юрченко

О.М. Жаркевич

Н.Ж. Карсакова

О.А. Нуржанова

С.К. Какимжанов



**ОТЗЫВ
НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ**

Дипломная работа

Ермек Бакберген Қайратұлы

6B07501 - Индустриальная инженерия

Тема дипломной работы: «Оценка неопределенности при калибровке термометров: анализ методов GUM и Монте-Карло на примере ТБП 63»

Дипломная работа Ермек Бакбергена посвящена актуальной и практически значимой теме, связанной с оценкой неопределенности измерений при калибровке биметаллических термометров. В работе рассмотрены и сравнены два широко применяемых метода: аналитический подход согласно Руководству по выражению неопределенности в измерениях (GUM) и численный метод Монте-Карло.

Автор продемонстрировал высокий уровень подготовки, уверенно владеет понятийным аппаратом метрологии, статистики и анализа измерительных данных. В работе прослеживается глубокое понимание теоретических аспектов выбранных методик, а также способность к их практическому применению с использованием современного программного обеспечения (Excel). Особенно следует отметить моделирование симуляций для различных значений M (10 000, 100 000 и 1 000 000), что позволило оценить влияние объема выборки на точность результатов.

Структура дипломной работы логична, изложение материала последовательное и аргументированное. Графический и табличный материал оформлены грамотно, в соответствии с требованиями. Работа содержит научные элементы и может быть рекомендована к публикации. В заключении даны обоснованные выводы и практические рекомендации по выбору метода оценки неопределенности в зависимости от условий измерений.

По результатам выполненной работы считаю, что Ермек Бакберген Қайратұлы отвечает основным требованиям и рекомендуется к защите с высокой оценкой.

Научный руководитель
ассоц.проф., PhD,

 Шинбаева А.К.
подпись

« 04 » 06 2025 г.

РЕЦЕНЗИЯ

на дипломную работу студента 4 курса 6B07501 Индустриальная инженерия на тему
«Оценка неопределенности при калибровке термометров: анализ методов GUM и Монте-Карло на примере ТБП 63»

Данная дипломная работа посвящена анализу методов оценки неопределённости измерений при калибровке термометров, с акцентом на сравнительный подход между методологией GUM и методом Монте-Карло. В работе рассмотрены теоретические основы обоих подходов, особенности их применения, а также представлены расчёты на примере термометра ТБП-63.

Автором проведён подробный обзор нормативных документов, в том числе GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement), а также практическая реализация расчётов стандартной и расширенной неопределённости с использованием метода Монте-Карло. Работа содержит этапы построения математической модели измерений, анализ входных величин, оценку неопределённостей типов A и B, построение бюджета неопределённости, и выводы по результатам моделирования.

Результаты работы представлены в виде таблиц, графиков, и интервалов доверия, наглядно демонстрирующих поведение методов в условиях различного числа симуляций. Отдельного внимания заслуживает грамотное применение статистических инструментов в расчётах и интерпретации результатов.

Оценка работы:

Работа может быть признана завершённой и выполненной на высоком уровне. Дипломная работа заслуживает оценки 98/A – «отлично», а её автор – присуждения степени бакалавра по образовательной программе 6B07501 – Индустриальная инженерия.

Рецензент:

PhD, Главный научный сотрудник НИИЭТФ
НАО "Казахский национальный
университет имени Аль-Фараби"



Коршиков Е.С.

Протокол

о проверке на наличие неавторизованных заимствований (плагиата)

Автор: Ермек Бақберген Қайратұлы 3

Соавтор (если имеется):

Тип работы: Дипломная работа

Название работы: Оценка неопределенности при калибровке термометров: анализ методов GUM и Монте-Карло на примере ТБП 63

Научный руководитель: Айнура Шинбаева

Коэффициент Подобия 1: 13.6

Коэффициент Подобия 2: 2.9

Микропробелы: 0

Знаки из здругих алфавитов: 19

Интервалы: 0

Белые Знаки: 33

После проверки Отчета Подобия было сделано следующее заключение:

☐ Заимствования, выявленные в работе, является законным и не является плагиатом. Уровень подобия не превышает допустимого предела. Таким образом работа независима и принимается.

☐ Заимствование не является плагиатом, но превышено пороговое значение уровня подобия. Таким образом работа возвращается на доработку.

☐ Выявлены заимствования и плагиат или преднамеренные текстовые искажения (манипуляции), как предполагаемые попытки укрытия плагиата, которые делают работу противоречащей требованиям приложения 5 приказа 595 МОН РК, закону об авторских и смежных правах РК, а также кодексу этики и процедурам. Таким образом работа не принимается.

☐ Обоснование:

Дата

04.06.2025.

Заведующий кафедрой СС.М

Ермек Б.Е.


Протокол

о проверке на наличие неавторизованных заимствований (плагиата)

Автор: Ермек Бакберген Қайратұлы 3

Соавтор (если имеется):

Тип работы: Дипломная работа

Название работы: Оценка неопределенности при калибровке термометров: анализ методов GUM и Монте-Карло на примере ТБП 63

Научный руководитель: Айнура Шинбаева

Коэффициент Подобия 1: 13.6

Коэффициент Подобия 2: 2.9

Микропробелы: 0

Знаки из других алфавитов: 19

Интервалы: 0

Белые Знаки: 33

После проверки Отчета Подобия было сделано следующее заключение:

☐ Заимствования, выявленные в работе, является законным и не является плагиатом. Уровень подобия не превышает допустимого предела. Таким образом работа независима и принимается.

☐ Заимствование не является плагиатом, но превышено пороговое значение уровня подобия. Таким образом работа возвращается на доработку.

☐ Выявлены заимствования и плагиат или преднамеренные текстовые искажения (манипуляции), как предполагаемые попытки укрытия плагиата, которые делают работу противоречащей требованиям приложения 5 приказа 595 МОН РК, закону об авторских и смежных правах РК, а также кодексу этики и процедурам. Таким образом работа не принимается.

☐ Обоснование:

Дата 04.06.25

проверяющий эксперт

**Протокол приема работы Оператором Системы и подтверждения
идентичности письменной и электронной версий**

1. Автор: Ермек Бакберген Қайратұлы
2. Название: Оценка неопределенности при калибровке термометров: анализ методов GUM и Монте-Карло на примере ТБП 63
3. Координатор: Шинбаева А.К.
4. Оператор системы: Кенбай А.А.
5. Дата загрузки работы: 03.06.25
6. Подразделение: Стандартизация, сертификации и метрология
7. Тип документа: Дипломная работа
8. Результат проверки: КП1-13,6 , КП2=2,9
9. Количество страниц: 45
10. Номера страниц, назначенных для сравнения:

Работа в письменной версий идентична электронной версий

Кенбай А.А. Жел-

Ф.И.О. Подпись Оператора Системы

Настоящий протокол был составлен в двух экземплярах,
предназначенных для:

- Автора выпускной работы
- Оператора Системы